GEOMETRÍA ANALÍTICA

UNIDAD DE APRENDIZAJE I

Saberes procedimentales

1. Define e identifica los tipos de conjuntos y las operaciones entre ellos.
2. Emplea de manera sistemática conceptos algebraicos, trigonométricos y de geometría analítica.
3. Interpreta geométricamente conjuntos de pares ordenados.
4. Establece la diferencia entre una relación y una función.

A Conceptos básicos de la teoría de conjuntos

El concepto de un *conjunto* es fundamental en todas las ramas de la matemática. Intuitivamente se considera que un conjunto es una lista, colección o clase de objetos bien definidos.

Los componentes de un conjunto pueden ser de cualquier tipo, como personas, letras, números, ríos, etc. A estos objetos o componentes individuales se les llama *elementos o miembros del conjunto.*

Simbología de conjuntos

Se acostumbra denotar los conjuntos empleando letras mayúsculas $A, B, C, \dots . X, Y, Z$, y los elementos de los conjuntos con las letras minúsculas $a, b, c, \dots x, y, z$.

Al expresar un conjunto por la efectiva numeración de sus elementos, separándolos por comas y encerrándolos entre llaves, se estará haciendo en la llamada forma *tabular por extensión o explicita de un conjunto.*

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

Pero si se define un conjunto enunciando propiedades que deben tener los elementos, entonces se estará empleando la forma por *comprensión o constructiva de un conjunto.*

$$A = \{x \mid x \text{ es un número par positivo} < 11\}$$

Donde la barra vertical se lee "tal que", por lo que la lectura completa de la expresión es: A es un conjunto de todas las x, tales que x es un número par positivo menor que 11.

Ejemplo

FORMA TABULAR	FORMA CONSTRUCTIVA
$A = \{1,2,3,4,5, \dots\}$	$A = \{x \mid x \text{ es un número par positivo}\}$

$B = \{-2, 6\}$	$A = \{x \mid x^2 - 4x - 12 = 0\}$
$C = \{Madrid, Londres, Roma, Paris \ldots\}$	$A = \{x \mid x\ es\ una\ ciudad\ capital, x\ esta\ en\ Europa\}$

Si un objeto "b" pertenece al conjunto A, se dice que b es un elemento de A y se denota por la expresión $b \in A$, se lee b pertenece a A o b está en A.

Si por el contrario un objeto c, no es elemento del conjunto A, es decir si A no contiene a c entre sus elementos, se escribe $c \notin A$.

Se acostumbra en matemáticas, poner una línea / tachando un símbolo para indicar lo opuesto o la negación del significado del símbolo.

Ejemplo

a) Si $A = \{a, e, i, o, u\}$ entonces, $a \in A$, $b \notin A$, $o \in A$ y $d \notin A$
b) Si $B = \{2,4,6,8,10,12 \ldots 22\}$ entonces, $5 \notin B$, $6 \in B$, $11 \notin B$ y $20 \in B$.

Definiciones de conjunto y subconjunto

Una de las diferentes formas en las que se distingue o clasifica a lo conjuntos es considerarlos como finitos o infinitos. Intuitivamente, un conjunto finito es aquel que consta de cierto número de elementos, es decir, si es posible contar el número de sus elementos. En caso de que el número de sus elementos no sea posible determinarlo, entonces es un número infinito.

Ejemplo

a) Si $P = \{x \mid x\ es\ un\ rios\ de\ la\ tierra\}$, P es un conjunto finito, aunque sea difícil contar los ríos del mundo.
b) Si $Q = \{x \mid x\ sea\ un\ número\ impar\}$, Q es u conjunto infinito, ya que no es posible determinar el número de sus elementos.

Igualdad de conjuntos

Do conjuntos A y B son iguales si y solo si tienen los mismo elementos, esto es, si cada elemento que pertenece a A pertenece también a B, y si cada elemento de B, pertenece a A.

La igualdad de elementos se simboliza por $A = B$

Ejemplo

Los conjuntos $A = \{a, b, c\}$ y $B = \{b, a, a, c, c, b\}$, son iguales ya que tienen a los mismos elementos, ya que el orden en que estén y la repetición de algunos de sus elementos no alteran el conjunto.

Conjunto vacío

Es el conjunto que carece de elementos, al cual también se le puede llamar *conjunto nulo*, y se denota con el símbolo de $\emptyset$.

Ejemplos

a) $A = \{x \mid x^2 + 4 = 0, x\ sea\ real\}$, entonces A es un conjunto vacío, porque carece de elementos.

b) $B = \{y | y\ sea\ una\ persona\ viviente\ con\ más\ de\ 200\ años\ de\ vida\}$, B es un conjunto vacío.

Es importante aclarar que el conjunto $M = \{0\}$, no es un conjunto vacío, ya que M tiene como elemento al número 0.

Conjunto Universal

Se llama conjunto universal al que contiene todos los elementos del tema en estudio y se representa por el símbolo U.

Ejemplos

a) Si el tema es las letras, entonces $\mathcal{U} = \{todas\ las\ letras\ del\ alfabeto\}$
b) Los estudios sobre población humana, $\mathcal{U} = \{todas\ las\ gentes\ del\ mundo\}$

Subconjunto

Si todo elemento de un conjunto A, es también elemento de un conjunto B, entonces se afirma que A es subconjunto de B, es decir, A es un *subconjunto* de B, si $x \in A$ implica que $x \in B$. Lo anterior se simboliza de la siguiente forma:

$$A \subset B$$

Donde el símbolo ⊂ significa "subconjunto de" y se lee "A es un subconjunto de B" o "A está contenido en B".

Ejemplos

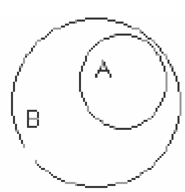
a) Si $A = \{a, b, c\}$ y $B = \{a, b, c, d, e\}$, entonces $A \subset B$
b) Si $F = \{x | x\ es\ par\}$ y $G = \{x | x\ es\ potencia\ entera\ positiva\ de\ 2\}$, entonces $G \subset F$, lo que significa que toda $x \in G$, también es $x \in F$, es decir que, está contenido en *F.*
c) El conjunto vacío se puede considerar un subconjunto de cualquier conjunto.

B Diagramas de Venn- Euler

Para ilustrar gráficamente de una manera sencilla e instructiva las relaciones entre dos o más conjuntos se emplean los diagramas de Venn-Euler, o simplemente diagramas de Venn, los cuales representan un conjunto mediante un área plana, por lo general delimitada por un círculo.

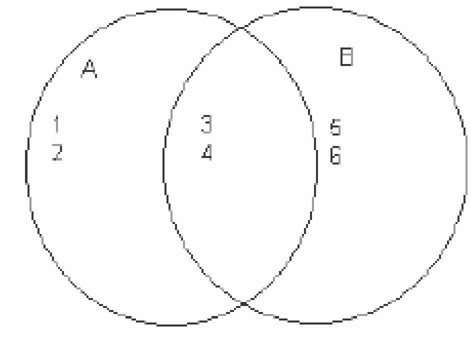
Ejemplos

1. Suponiendo que $A \subset B$ y además que $A \neq B$ entonces la relación entre $A\ y\ B$ se puede describir con el siguiente diagrama.



$A \subset B$

2. Si $A = \{1,2,3,4\}$ y $B = \{3,4,5,6\}$ entonces, representando a estos conjuntos mediante un diagrama de Venn:



EJERCICIOS

1. Dados los siguientes conjuntos:
   $A = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,0\}$ $B = \{2,4,6,8,0\}$ $C = \{1,3,5,7,9\}$
   $D = \{3,6,9\}$ $E = \{1,5,7,9\}$ $F = \{2,4\}$

   ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones con falsas y cuáles verdaderas?, explique por que
   a) $A \subset B$
   b) $A \not\subset E$
   c) $B \subset A$
   d) $C \subset B$
   e) $D \subset C$
   f) $E \subset C$
   g) $D = E$
   h) $F \subset B$
   i) $\emptyset \subset B$
   j) $A \not\subset D$
2. Si $A = \{2,3,4\}$, $B = \{x|x^2 = 4, x\ es\ positivo\}$, $C = \{x|x^2 - 6x + 8 = 0\}$ y $D = \{x|x^2\ es\ un\ número\ par\}$
   ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son falsas y cuáles verdaderas?

   a) $B \subset C$
   b) $A \not\subset B$
   c) $A \subset C$
   d) $A = C$
   e) De los cuatros conjuntos $D = U$
   f) $\emptyset \subset B$

Operaciones con conjuntos

En aritmética, se realizan operaciones como la suma, la resta y multiplicación entre otras. De manera similar en los conjuntos se realizan operaciones como es la unión y la intersección de los mismos.

Unión

La unión de dos conjuntos A y B se define como el conjunto compuesto por todos los elementos que están en A ó B ó ambos. Se utiliza el símbolo ∪ para representar la operación.

Se denota por $A \cup B$ y se lee "A unión B". Esto es $A \cup B = \{x|x \in A\ o\ x \in B\}$.

Ejemplos

A) Si $S = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ y $T = \{b, d, f, g, s\}$, luego $S \cup T = \{a, b, c, d, f, g, s\}$
B) Si $A = \{1,3,5,7\}$ y $B = \{2,4,6\}$, entonces $A \cup B = \{1,2,3,4,5,6,7\}$.

Intersección

La intersección de dos conjuntos A y B se define como el conjunto formado por los elementos que pertenecen a A y también pertenecen a B. Se utiliza el símbolo ∩ para representar la operación.

Se denota por $A \cap B$ y se lee "$A\ intersección\ B$"

Ejemplos

1. Si $V = \{2,4,6,8,10\}$ y $W = \{1,2,3,4,5,6\}$ entonces $V \cap W = \{2,4,6\}$
2. Si $S = \{x|\, x^2 - 8x + 15 = 0\}$ y $T = \{2,3,4\}$ entonces $S \cap T = \{3\}$

Complemento

El complemento de un conjunto A es el conjunto de los elementos que no pertenecen a A, pero que están en el Universo U. Se utiliza el símbolo de comilla sencilla (´) para representar esta operación, entonces, el complemento de A se denota por $A´$. Es decir $A´ = \{x \mid x \in U, x \notin A\}$

Ejemplos

1. SI $A = \{a, b. c\}$, siendo U el conjunto de todas las letras del alfabeto, entonces: $A´ = \{d, e, f, g, \ldots z\}$
2. Si $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ y $B = \{2,4,6,8,10\}$, entonces $B = \{1,3,5,7,9\}$

   Como consecuencia de lo anterior, se observa que:

   $$A \cup A´ = U \qquad y \qquad A \cap A´ = \emptyset$$

   Y además $(A´)´ = A$

EJERCICIOS

1. SI $A = \{1,2,3,4\}$, $B = \{2,4,6,8\}$ y $C = \{3,4,5,6\}$
   Encontrar:
   a) $A \cap B$ c) $B \cup C$ e) $A \cap C$
   b) $A \cup C$ d) $B \cup A$ f) $B \cap C$
2. Para los mismos conjuntos A, B y C del problema 1, encontrar:
   a) $A \cap (B \cup C)$ c) $B \cap (B \cup C)$ e) $A \cap (B \cap C)$
   b) $A \cup (B \cup C)$ d) $C \cup (A \cup C)$ f) $C \cap (B \cap A)$
3. Si el conjunto universal es $U = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ y sean $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{a, c, e, g\}$ y $C = \{b, e, f, g\}$
   Hallar:

a) $A \cup C$ c) $C´ \cap A$ e) $C \cup A´$
b) $B \cap A$ d) $B \cup ´C$ f) $(A \cap A´)´$

C Plano Cartesiano y coordenadas rectangulares

Si sobre una recta se escoge un origen, una longitud y un sentido positivo, entonces existe una correspondencia biunívoca entre los números reales y los puntos de la recta; en este caso se dice que se tiene una escala gráfica de los números reales. Mismo que recibe el nombre de *sistema coordenado unidimensional.*

Este concepto de sistema coordenado unidimensional, puede emplearse para establecer una correspondencia biunívoca entre los pares ordenados de números reales y puntos de un plano. Para ello, se construyen sobre dos sistemas coordenados unidimensionales “0x” y “0y”, de modo que sus orígenes coincidan y sean perpendiculares.

Por medio del *sistema coordenado bidimensional* se puede establecer una correspondencia biunívoca entre los puntos del plano y los elementos del conjunto de pares ordenados de números reales R X R.

Los números x_1 y y_1, son las coordenadas rectangulares o sencillamente las coordenadas del punto P.

$$P(x_1, y_1)$$

Los ejes coordenados dividen a un plano en cuatro regiones llamadas *cuadrantes*. Numerados por I, II, III y IV.

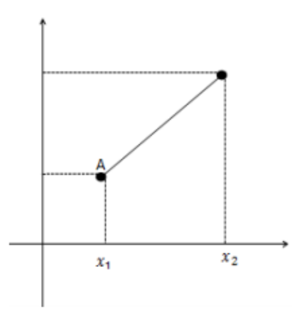
EJERCICIOS

1. Realizar la gráfica de los sistemas coordenados unidimensionales y bidimensionales.
2. Localizar los puntos en el plano coordenado: $P(2,5)$, $Q(-3,-4)$, $R(4,-4)$ y $T(0,-3)$

D Distancias dirigidas y no dirigidas

A la porción de una línea recta comprendida entre dos de sus puntos se llama segmento rectilíneo o simplemente segmento. Los dos puntos se llaman extremos del segmento y se consideran parte de este.

Así en la figura, para la recta l, AB es un segmento cuyos extremos son los puntos A y B. En algunas ocasiones será importante tener en cuenta el sentido de un segmento rectilíneo. Por ejemplo, en nuestra figura, podemos considerar dos tipos de segmentos: un segmento dirigido o un segmento no dirigido. Un segmento dirigido es aquel al que se le x. Así diremos que el segmento AB está dirigido de A a B, indicando primero al punto A llamado origen o punto inicial y luego al punto B llamado extremo o punto final. Se puede obtener el mismo segmento, pero ahora dirigiéndolo de B a A; y entonces B será el origen y A el punto final, su notación estaría dada por BA. O sea que para indicar el sentido de un segmento dirigido se escribe primero el origen o punto inicial y luego su extremo o punto final. A pesar de que las longitudes de los segmentos dirigidos AB y BA son iguales, será necesario especificar que si un segmento dirigido en un sentido es considerado positivo; entonces ese mismo segmento en sentido contrario será negativo, lo que podemos expresar como: AB= -BA Si consideramos que el segmento AB tiene sentido positivo.



Un segmento no dirigido es aquel al que no se le considera un sentido y debido a esto se puede expresar en cualquier orden. Esto es, un segmento no dirigido siempre se le considera como positivo cualquiera que sea su sentido, por lo que se puede expresar de la siguiente manera: AB= BA Si el segmento AB se considera no dirigido.

E Intervalos y su clasificación

cerrado	$[a,b] = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$	a b
abierto	$(a,b) = \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$	a b
semiabierto o semicerrado	$[a,b) = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x < b\}$	a b
semiabierto o semicerrado	$(a,b] = \{x \in \mathbb{R} : a < x \leq b\}$	a b
semirrecta cerrada	$[a,+\infty) = \{x \in \mathbb{R} : x \geq a\}$	a
semirrecta abierta	$(a,+\infty) = \{x \in \mathbb{R} : x > a\}$	a
semirrecta cerrada	$(-\infty,b] = \{x \in \mathbb{R} : x \leq b\}$	b
semirrecta abierta	$(-\infty,b) = \{x \in \mathbb{R} : x < b\}$	b
recta real	$(-\infty,+\infty) = \mathbb{R}$	

F Relaciones y funciones

Una relación R es el subconjunto de pares ordenados del producto cartesiano $A\ X\ B$ que satisfacen una condición.

La forma más común de representar una relación es:

$$R = \{(x,y) |\ Sxy\}$$

En donde Sxy es la expresión que deben satisfacer los pares ordenados (x,y).

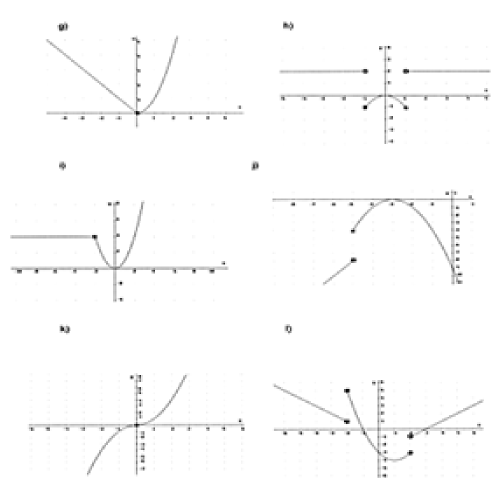
La grafica de una relación, son todos los puntos del plano cartesiano que cumplen con la propiedad:

$$P(x,y) \in A \Leftrightarrow (x,y) \in R$$

Es común representar la expresión Sxy en forma de una ecuación o inecuación.

Ejemplos

Gráficas que representan las relaciones



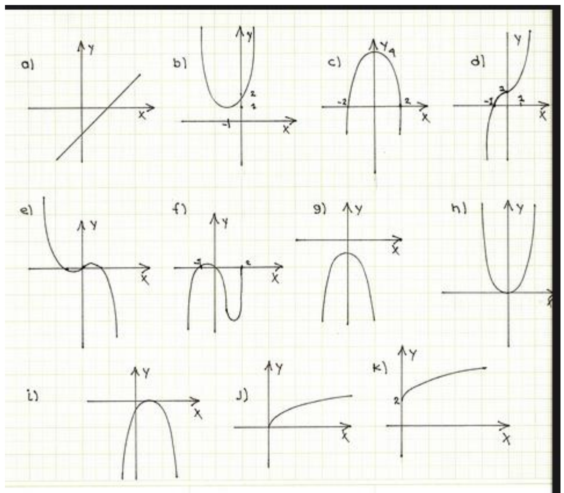
Definición de función

Si cada elemento de un conjunto A se le hace corresponder de algún modo un único elemento de un conjunto B, se dice que esta correspondencia es una función.

Al expresar de otra manera lo anterior, se dice que una función es un conjunto de pares ordenados, de tal forma que no existen en el conjunto dos pares ordenados con las primeras componentes iguales.

Graficas de funciones

Las siguientes gráficas representan funciones:



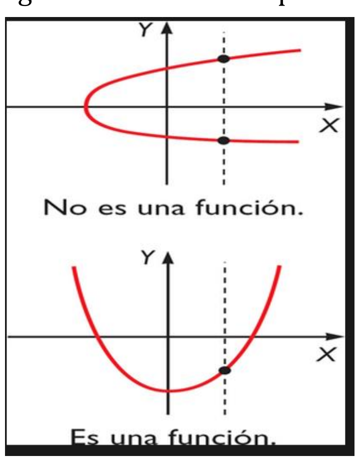
Dominio y Codominio

Se llama *dominio* de una función al conjunto formado por las primeras componentes, es decir, al conjunto A de la relación R. Al conjunto B formado por las segundas componentes de la relación se le da el nombre de *codominio* (imagen o rango) de la función.

Ejemplos

Al establecer la función que relaciona a cada país del mundo con su capital, es decir, (Francis, Paris), (Inglaterra, Londres), (Cuba, La Habana), … el dominio son los países y el codominio son las capitales.

Para saber si la gráfica de una relación es una función, se trazan paralelas al eje Y, tantas como se requieran, si al menos una de ellas corta la gráfica en dos o más puntos, la gráfica *no es función.*



G | Distancia entre dos puntos

En un sistema unidimensional

Hay que recordar que la porción de una línea recta comprendida entre dos de sus puntos se llama segmnto rectilíneo o simplemente segmento. Los dos puntos se llaman *extremos*.

La longitud del segmento AB se representa por $\overline{AB}$. Al analízalo, es generado por un punto que se mueve a lo largo de la recta de A hacia B. Se dice que el segmento AB está dirigido de A a B.

En este caso, el punto A se llama origen o punto inicial, y B extremo o punto final, también se puede definir el mismo segmento dirigiéndolo de B a A. El sentido de un segmento dirigido se indica siempre mencionando primero el origen o punto inicial.

La longitud de segmento que une a los puntos cualesquiera $P(x_1)$ y $Q(x_2)$:

Se tiene que $\overline{OP} + \overline{PQ} = \overline{OQ}$

Pero $\overline{OP} = x_1$ y $\overline{OQ} = x_2$

Sustituimos $x_1 + \overline{PQ} = x_2$

$$\overline{PQ} = x_2 - x_1$$

$$\overline{QP} = x_1 - x_2$$

En cualquier caso, la longitud de un segmento dirigido se obtiene restando la coordenada del punto inicial de la coordenada del punto final.

La distancia entre dos puntos se define como: el valor numérico o valor absoluto de la longitud del segmento rectilíneo que une esos dos puntos.

$$d = |\overline{PQ}| = |x_1 - x_2| \qquad o \qquad d = |\overline{QP}| = |x_2 - x_1|$$

EJERCICIOS

1. Hallar la longitud de los segmentos dirigidos y la distancia entre los puntos:
   a) P(6) y Q(-4)
   b) P(-5) y Q(6)
   c) P(3) y Q(-7)
   d) S(-8) y T(-12)
   e) G(1) y H(-7)
   f) D(9) y E(-9)

En un sistema Bidimensional

Se analiza la distancia entre dos puntos ubicados en el plano, esto es, en un sistema de ejes coordenados. Sean $P(x_1, y_1)$ y $Q(x_2, y_2)$, dos puntos cualesquiera, se determina la distancia d entre P y Q $d = |PQ|$.

$$\left|\overline{P_1 P_2}\right|^2 = \overline{P_1 C}^2 + \overline{C P_2}^2$$

$$\left|\overline{P_1 P_2}\right|^2 = \overline{A_1 A_2}^2 + \overline{B_1 B_2}^2$$

$$\overline{A_1 A_2} = x_2 - x_1 \quad y \quad \overline{B_1 B_2} = y_2 - y_1$$

$$\overline{P_1 P_2} = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$: \quad d = \left|\overline{P_1 P_2}\right|$$

$$= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

La distancia d, siempre será positiva, siendo PQ el valor absoluto de la longitud del segmento rectilíneo. En la aplicación de la fórmula no interesa el sentido de las diferencias de las abscisas y ordenadas, ya que al elevarlas al cuadrado siempre se obtiene el mismo resultado $(x_2 - x_1)^2 = (x_1 - x_2)^2$

EJERCICIOS

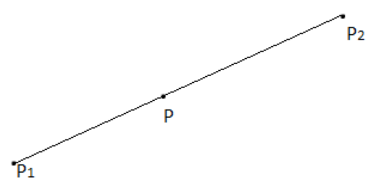
1. Calcular la distancia entre los siguientes pares ordenados:
   a) $P(-4,-3)\ y\ Q\ (2,7)$
   b) $P\left(2,\frac{3}{2}\right)\ \ y\ Q\left(-\frac{3}{2},-1\right)$
   c) $A(3,7)\ y\ B(5,-5)$
   d) $(5,8)\ \ y\ \ (-3,\ 2)$
   e) $(10,2)\ \ y\ (-2,-2)$
   f) $(0\ ,0\ )\ y\ (a-b, a+b)$
   g) $\left(\frac{5}{3},-1\right)\ y\ \left(-2\ ,\frac{1}{3}\right)$
   h) $(-1,-5)\ \ y\ (2,-3)$
2. Determina si los puntos $A(3,7), B(5,-5)\ y\ C(-2\ ,0)$, son vértices de un triángulo rectángulo isósceles.
3. Calcular el perímetro de los triángulos cuyos vértices son:
   a) (-2 , 5), (4 , 3) y (7 , - 2) b) (2 , -5), (-3 , 4) y (0 , 3) c) (-1 , -2), (4 , 2) y (-3 , 5)
4. Determine en cada inciso, si el triángulo es equilátero, isósceles o escaleno:
   a) (4 , 4), (4 , -2) y (7 , -2) b) (2 , 6), (-3 , -3) y (6 , 2) c) (-3 , -2), (7 , 4) y (1 , 14)
   d) Calcular el área de los triángulos anteriores.
5. Hallar las coordenadas del punto que equidista de los puntos fijos:
   a) (3 , 3), (4 , -1) y (8 , -2) b) (4 , 3), (4 , -1) y (-3, -8) c) (2 , 3), (4 , -1) y (5 , 2)

H División de un segmento en una razón dada

Una Razón es una expresión matemática que significa una división o cociente indicado entre dos cantidades expresada en las mismas unidades.

Para este tema significa que es el cociente planteado entre la mediada de dos segmentos, expresados en las mismas unidades.

Si se tienen tres puntos ubicados en el mismo plano $P_1, P_2\ \ y\ \ P$. Siendo $P_1\ \ y\ \ \ P_2$ los extremos del segmento y P un punto que divide a dicho segmento en una razón r dada.



Al proyectar los tres puntos sobre el eje de las abscisas y plantear la razón entre la medida de sus segmentos, se obtiene:

$$r = \frac{\overline{P_1P}}{\overline{PP_2}}$$

De la geometría plana se sabe que, las rectas paralelas al eje y que se trazan intersectan sobre el eje x, segmentos proporcionales. Por lo que se puede escribir:

$$r = \frac{\overline{P_1P}}{\overline{PP_2}} = \frac{\overline{A_1A}}{\overline{AA_2}}$$

Pero $\overline{A_1A} = x - x_1$ y $\overline{AA_2} = x_2 - x$

$$\text{Luego } r = \frac{x - x_1}{x_2 - x}$$

Al despejar x de la ecuación anterior se tiene que $r \neq 1$:

$$r x_2 - r x = x - x_1$$
$$x(1 - r) = x_1 + r x_2$$
$$x = \frac{x_1 + r x_2}{1 + r}$$
$$r \neq -1$$

$$y = \frac{y_1 + y_2}{1 + r}$$
$$y \neq -1$$
$$r \neq -1$$

Con estas fórmulas se puede calcular el punto P que divide al segmento en la razón dada r. Se sustituye el valor de $r = 1$, y se obtiene:

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad y \quad y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

Fórmulas o expresiones que nos permiten calcular las *coordenadas del punto medio*.

EJERCICIOS

1. Hallar las coordenadas de un punto S que divida al segmento P y Q en la razón dada r:
   a) P(4 , -3) Q(1 , 4) y r=2 b) P(5 , 3) Q(-3 , -3) y r=1/3 c) P(-2 , 3) Q(3 ,-2) y r=2/5
2. Hallar las coordenadas del baricentro de los triángulos cuyos vértices son:
   A) (5 , 7), (1 , 4) y (-5 , 1) B) (2 , -1), (6 , 7) y (-4 , -3)
3. Sabiendo que el punto (9 , 2), divide al segmento que determinan los puntos P(6 , 8) y Q(x_2 , y_2) en la razón $r = \frac{3}{7}$, hallar las coordenadas de Q.
4. Hallar las coordenadas de los vértices de un triángulo cuyas coordenadas de los puntos medios de sus lados son O(3 , 2), P(-1 , -2) y Q(5 , 4).
5. Ídem que el problema anterior, para los puntos J(3 , 8), F(5 , 2) y G(2 , -3).
6. Los vértices de un triángulo son: R(3 , 8), S(2 , -1) y T(6 , - 1), calcular la longitud de sus medianas.

I Área de un polígono

Si se traza un triángulo con los puntos $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$ y $T(x_3, y_3)$ que son los vértices, graficándolo queda:

EJERCICIOS realizar la gráfica del triángulo

Al proyectar los puntos sobre el eje de las abscisas y de las ordenadas, el área se puede expresar en forma de determinante, y que da de la siguiente forma:

$$\text{Área} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$

Al realizar las operaciones correspondientes, se tiene:

$$ÁREA \ \triangle \ PQT = \frac{1}{2}[(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1) - (x_3y_2 + x_2y_1 + x_1y_3)]$$

EJERCICIOS

1. Calcular el área del triángulo cuyos vértices son:

a) (-3 , 3), (-4 , -1) y (3 , -2) b) (2 , -3), (4 , -6) y (-5, -2) c) (-7 , -5), (1 , 1) y (-3, 3)

2. Hallar el área de los polígonos cuyas coordenadas de vértices son:

(0, 4), (1,-6), (-2,-3) y (-4,2) (2,5), (7, 5), (3, -4) y(-2, 3) (1,5), (-2,5), (2,7),(5,1) y (2,-4)

Anexos

Simbología de Conjuntos	
Símbolo	**Descripción**
{}	conjunto
∈	Es un elemento del conjunto o pertenece al conjunto.
∉	No es un elemento del conjunto o no pertenece al conjunto.
|	Tal que.
n (C)	Cardinalidad del conjunto C.
U	Conjunto Universo.
Φ	Conjunto Vacío.
⊆	Subconjunto de.
⊂	Subconjunto propio de.
⊄	No es subconjunto propio de.
>	Mayor que.
<	Menor que.
≥	Mayor o igual que.
≤	Menor o igual que.
∩	Intersección de conjuntos.
∪	Unión de Conjuntos.
A'	Complemento del conjunto A.
=	Símbolo de igualdad.
≠	No es igual a.
...	El conjunto continúa.
==>	Entonces.
⇔	Si y sólo si.
~	No (es falso que).
∧	Y
∨	O